

引文格式: 赵紫龙. 基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型及其在地铁隧道沉降预测中应用研究[J]. 测绘通报, 2020(S1): 99-103. DOI: 10.13474/j.cnki.11-2246.2020.0523.

基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型及其在地铁隧道沉降预测中应用研究

赵紫龙

(武汉大学测绘学院, 湖北 武汉 430079)

摘要: 提出了一种基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型。该方法利用小波分解, 将监测数据中稳定性较好的低频率序列利用差分灰色神经网络进行预测, 消除了由于灰色预测残差不平稳而导致的预测误差; 对呈现平稳序列的高频数据采用自相关强的 AR 时间序列模型进行预测, 并对上述结果进行小波重构得到最终的预测结果。结合某地铁隧道的实测沉降数据, 与灰色模型 GM(1,1)、差分灰色神经网络模型进行对比, 结果表明: 本文提出的基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型精度更高, 能够对隧道沉降监测作出更加准确的模拟和预报。

关键词: 地铁隧道沉降预测; 小波分解; 差分灰色神经网络模型; 自相关 AR 模型; 精度分析

中图分类号: P258

文献标识码: A

文章编号: 0494-0911(2020)S1-0099-05

Research on application of differential grey neural network-AR model based on wavelet decomposition in the settlement prediction of metro tunnel

ZHAO Zilong

(School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: This paper proposes a differential gray neural network-AR model based on wavelet decomposition. The low-frequency sequence in the monitoring data with better stability is predicted by the differential gray neural network, and the prediction error caused by the instability of the gray prediction residual is eliminated; The high-frequency data that presents a stationary series is predicted using the AR time series model. Finally, the above results are reconstructed by wavelet to get the final prediction results. Combining the measured settlement data of a subway tunnel and comparing it with the gray model GM(1,1) and the differential gray neural network model, the results show that the differential gray neural network-AR model based on wavelet decomposition proposed in this paper has higher accuracy and can make more accurate prediction of tunnel settlement monitoring.

Key words: subway tunnel settlement prediction; wavelet decomposition; differential gray neural network model; auto-correlation AR model; accuracy analysis

地铁隧道变形机理复杂多样, 对变形分析与预测理论和方法的研究, 需要结合地质学、理论力学、统计学等相关学科的结论和方法。采用数学模型来逼近、模拟和预测地铁隧道的变形规律和动态特征, 为工程设计和灾害预防提供科学的依据^[1]。

目前常用作变形预测的数学模型主要有: 回归分析模型、灰色系统分析模型、时间序列分析模型、卡尔曼滤波模型、BP 神经网络模型等^[2] 以及在这些基础上发展出来的组合预测模型^[3]。其中, 灰色预测模型 GM(1,1) 不要求有较大的样本量, 它利用数据生成的方法, 将规律性较弱的原始数据生成为规律性强的数列再作研究^[4], 从而很好地解决了在“小样本、贫信息”下的变形预测问题; 而 BP 神经网络具有并行计算、自适应学习、容错能力强等优点,

在处理复杂的非线性问题上具有较高的精度。因此, 文献[5]通过将灰色理论与 BP 神经网络模型进行结合, 提出了灰色神经网络来对变形数据进行预测, 并取得了较好的结果。文献[6]在上述基础上, 通过小波变换剔除掉原始数据序列中的噪声, 保留其中的有用信息, 以此来建立小波优化的灰色 BP 神经网络模型。文献[7]提出用遗传算法的灰色神经网络对沉降观测数据进行处理, 从而达到求取全局最优的目的。然而, 考虑到某些观测数据非平稳且包含有明显趋势的情况, 倘若直接将灰色预测结果的残差代入 BP 神经网络中进行训练, 必定会损失模型的精度甚至导致神经网络不收敛。

基于此, 本文提出了基于小波变换的差分灰色神经网络模型。通过对观测数据进行小波分解, 对

基金项目: 国家自然科学基金(41674005; 41604019); 武汉大学实验教学中心开放实验项目

作者简介: 赵紫龙(2000—), 男, 本科, 主要研究方向为摄影测量与遥感。E-mail: zilzhao@whu.edu.cn

稳定性较好的低频率序列利用差分灰色神经网络进行预测,消除了由于灰色预测残差不平稳而导致的预测误差,提高了模型预测的准确度。此外,通过分析稳定性较差的高频数据发现,其大多呈现为平稳序列,适合用自相关强的AR时间序列模型。

本文工作主要体现在以下两个方面:

(1) 将残差差分化的思想引入灰色BP神经网络,并提出了差分灰色神经网络的概念;消除了由于灰色预测残差不平稳而导致的预测误差,提高了模型预测的准确度。

(2) 采用小波变换进行观测数据的预处理,将小波分解后的低频信号、高频信号 d_1, d_2 分别利用差分灰色神经网络和AR时间序列模型进行预测;并将高频 d_3 信号作为随即观测所产生的噪声,予以进行小波去噪操作。通过对信号进行分解和重构,能够针对不同频率数据特征采取最有效的预测方式,以结合各预测方式的优越性。

1 小波分解与重构

地铁隧道实测变形数据序列的预处理一般采用多尺度离散小波变换对原始信号进行小波分解。首先将观测数据分为低频部分 c_1 和 高频部分 d_1 , 然后再把分解出来的低频部分 c_1 进行再次分解得到高频部分 d_2 。重复以上过程,即可以得到理想分辨率下的高频和低频部分。其中, Mallat 具体算法^[8]为:

假定 h_{n-2k}, g_{n-2k} 分别为低通和高通滤波系数,且满足

$$\left. \begin{aligned} g_{n-2k} &= \langle \psi_{j+1, k}, \phi_{j, n} \rangle \\ h_{n-2k} &= \langle \phi_{j+1, k}, \phi_{j, n} \rangle \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $\psi(x)$ 为小波函数, $\phi(x)$ 为尺度函数。那么, Mallat 具体分解式可表示为

$$\left. \begin{aligned} C_{j+1, k} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_{n-2k} C_{j, n} \\ D_{j+1, k} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{n-2k} C_{j, n} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $j = 1, 2, \dots, J-1$ 为分解尺度; k, n 为平移系数; $C_{j+1, k}, D_{j+1, k}$ 分别为在 2^j 分辨率下的低频近似分量系数和高频细节分量系数。

经分解之后的各部分,必须利用 Mallat 算法分别对高频和低频信号进行重构,使重构后的序列数和原序列数相同,具体表达式为

$$S = \sum_n C_{j, n} h_{n-2k} + \sum_n D_{j, k} g_{n-2k} \quad (3)$$

至此,便完成了小波分解与重构部分。实际观测序列经小波分解后,其低频分量用差分灰色神经

网络进行预测;高频分量呈现出平稳序列形式,且经分析具有较强的自相关性,用自回归AR模型进行建模预测。

2 差分灰色神经网络模型

差分灰色神经网络模型是基于灰色神经网络的一种改进,通过将灰色预测的残差差分化,将残差序列变换为平稳序列后作为BP神经网络的输入数据,并利用神经网络自适应学习对变形数据进行分析和预测。其基本流程如图1所示。

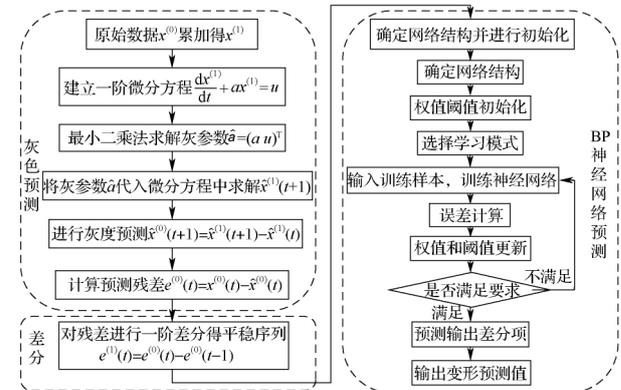


图1 差分灰色神经网络模型流程

下文对上述所提出的差分灰色神经网络中各具体算法步骤进行阐述。

2.1 灰色GM(1,1)模型

设有原始数据列: $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ (n 为数据个数)^[9]。

对上述原始数据列进行一次累加处理,以弱化随机序列的随机性和波动性,可以得到新数据序列 $x^{(1)}$

$$x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (4)$$

式中, $x^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t x^{(0)}(k)$ $t = 1, 2, \dots, n$ 。

对 $x^{(1)}(t)$ 建立一阶线性微分方程,即

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (5)$$

式中 a, u 为待定系数,分别称为发展系数和灰色作用量。

假设 $\hat{a} = (a u)^T$,并将累加的数据用矩阵 B 表示,常数项用 L 来表示,即

$$B_{(n-1) \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) \\ \frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) \\ \vdots \\ \frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) \end{bmatrix}, \quad L_{(n-1) \times 1} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

依据 $V = B\hat{a} - Y$, 根据最小二乘准则 $V^T P V = \min$, 可求解得

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

从而, 对 $x^{(0)}$ 的灰色预测值为

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (7)$$

至此, GM(1, 1) 模型预测残差 $e^{(0)}$ 为: $e^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t) \quad t = 1, 2, \dots, n$.

2.2 灰色预测的残差差分化

考虑到倘若观测数据非平稳且包含有明显趋势的情况, 倘若直接将灰色预测残差代入 BP 神经网络中进行训练, 必定会损失模型的精度甚至导致神经网络不收敛。因此, 本文将 GM(1, 1) 预测后的残差进行差分处理, 将非平稳序列变换为平稳的时间序列数据, 消除了由于灰色预测残差不平稳而导致的预测误差, 从而提高模型的精度及收敛速度。

基于上述原理, 在 GM(1, 1) 模型预测残差 $e^{(0)}$ 的基础上进行差分, 并令该一阶差分项为 $e^{(1)}$, 即

$$e^{(1)}(t) = e^{(0)}(t) - e^{(0)}(t-1) \quad t = 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

至此, 可将平稳序列 $e^{(1)}$ 作为 BP 神经网络输入项进行网络训练。

2.3 BP 神经网络模型

图 2 为典型的两层 BP 神经网络, 输入层为灰色预测模型 GM(1, 1) 的残差差分, 默认隐含层的神经元传递函数为 $\tan \text{sig}$, 输出层的神经元传递函数为 purelin , 神经网络最终输出为预测的灰色残差差分。

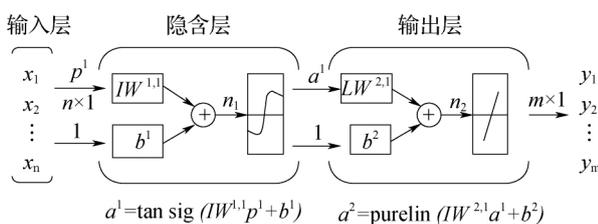


图 2 典型 BP 神经网络结构

在利用 BP 神经网络进行预测前, 需要对该网络进行训练, 使得网络具有一定的记忆和预测能力。基本步骤^[10]为:

步骤 1: 网络初始化。根据系统输入层的输入序列 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和输出层的输出序列 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ 确定神经网络输入层节点 n 、隐含层节点 l 和输出层节点 m 。初始化输入层、隐含层和输出层神经元之间的连接权值 W_{ij} 、 W_{jk} , 初始化隐含层阈值 a_1 和输出层阈值 a_2 , 给定学习速率 lr 和神经元激励函数。

步骤 2: 隐含层输出计算。根据输入向量 X 输

入层和隐含层之间的连接权值 W_{ij} 以及隐含层阈值, 计算隐含层输出 H 。

$$H_j = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij}x_i - a_j\right) \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (9)$$

式中 f 为隐含层激励函数。

本文选择 sigmoid 函数: $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ 。

步骤 3: 输出层输出计算。根据隐含层输出向量 H , 隐含层和输出层之间的连接权值 W_{jk} 以及阈值, 计算神经网络的预测输出 \hat{Y}

$$\hat{Y} = \sum_{j=1}^l H_j w_{jk} - b_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

步骤 4: 误差计算。根据神经网络预测输出 \hat{Y} 和期望输出 Y , 计算预测误差 e_k

$$e_k = \hat{y}_k - y_k \quad (11)$$

步骤 5: 权值更新。根据网络预测误差 ε 反向传播, 更新各个连接层权值 W_{ij} 、 W_{jk}

$$\left. \begin{aligned} w_{ij} &= w_{ij} + \alpha \cdot H_j(1 - H_j) x(i) \sum_{k=1}^m w_{jk} e_k \\ i &= 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, l \\ w_{jk} &= w_{jk} + \alpha \cdot H_j e_k \quad j = 1, 2, \dots, l; k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 α 为学习速率。

步骤 6: 阈值更新。根据预测误差 e 更新各节点阈值 a_1 、 a_2

$$\left. \begin{aligned} a_{1j} &= a_{1j} + \alpha \cdot H_j(1 - H_j) \sum_{k=1}^m w_{jk} e_k \quad j = 1, 2, \dots, l \\ a_{2k} &= a_{2k} + e_k \quad k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

步骤 7: 判断是否迭代结束。若是, 则输出网络预测值; 反之, 返回步骤 2。

3 AR 自回归模型

自相关性是建立自回归模型的基础所在。在采用自回归法进行时间序列预测时, 应首先计算自相关系数, 然后再建立该时间序列的自回归模型。

设 r_1, r_2, \dots, r_k 为该时间序列的自相关系数, 则 t 时期的观测值 x_t 与 $t+k$ 时期的观测值 x_{t+k} 之间的相关程度, 称为时间延迟为 k 的自相关系数 r_k , 其计算式^[11]为

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (14)$$

式中 \bar{x} 为该数据序列的均值。

由于 AR 模型在建模时只需要求解线性方程组,且不涉及白噪声序列值,因此在时序分析时受到广泛应用。下列给出 AR 模型具体表示式

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (15)$$

式中 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ 为自回归系数, p 为自回归模型的阶数; ε_t 为服从均值为 0、方差为 σ_ε^2 的相互独立的白噪声序列,且与 x_t 不相关。

4 基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型

在上述算法的基础上,下文给出本文所提出的基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型算法流程。

(1) 将地铁隧道沉降监测数据进行小波分解,选用 Daubechies 系列小波函数 db_4 。将监测数据序列分解成 4 层,得到低频分量 c_1 和 3 个高频分量 d_1, d_2, d_3 , 并进行单支重构。

(2) 采用本文所提出的差分灰色神经网络对分解得到的低频分量 c_1 进行预测,并计算得到拟合值和预测值 y 。

(3) 对高频分量 d_1, d_2 , 分别使用自回归 AR 模型对其进行建模及预测,并计算得到各频信号序列预测值 y_1, y_2 。

(4) 对高频分量 d_3 , 将其视为对隧道进行变形监测时观测数据的噪声,采用小波进行数据去噪。

(5) 综上,变形监测数据可表示为 $X = x + x_1 + x_2 + \varepsilon$ 。将 x 通过差分灰色神经网络得到低频分量预测值 y , 将 x_1, x_2 分别通过自回归 AR 模型得到预测值 y_1, y_2 , 将 ε 进行小波去噪操作。将上述低高频预测值进行累加即可得到隧道沉降预测值 $Y = y + y_1 + y_2$ 。

图 3 给出基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型预测流程。

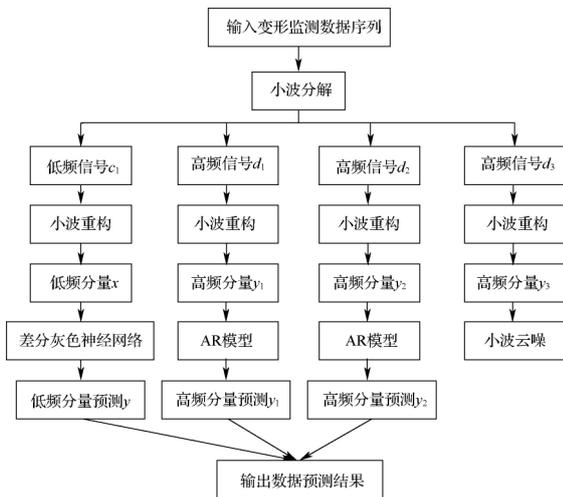


图 3 基于小波分解的差分灰色神经网络-AR 模型流程

5 工程实例预测与效果分析

本文选取了某地铁隧道连续 40 期实测累计沉降量数据^[12],用 1—30 期进行建模,31—40 期进行预测,检验模型预测的准确性。

本文采用 Daubechies 系列小波函数进行 3 层小波分解。对低频分量 c_1 进行差分灰色神经网络建模时,取输入神经元的个数为 4,隐含层神经元个数为 9,输出层神经元个数为 1;选择隐含层的神经元传递函数为 $\tan \text{sig}$,输出层的神经元传递函数为 purelin 。此外,为了提高模型预测准确性,避免数据本身对训练结果产生影响,本文采用最大最小值法对训练样本进行归一化处理,计算公式为

$$e^{(1)}(t) = \frac{e^{(1)}(t) - \min(e^{(1)})}{\max(e^{(1)}) - \min(e^{(1)})}$$

对高频分量 d_1, d_2 进行自回归 AP 建模时,采用 PACF 定阶法,最终确定高频分量 d_1, d_2 自相关 AP 模型均为 2 阶。

图 4 为低频分量 c_1 采用差分灰色神经网络模型预测曲线,并给出了预测结果误差百分比(%)。图 5 为高频分量 d_1, d_2 分别采用自回归模型得到的预测值与实测值比较图。

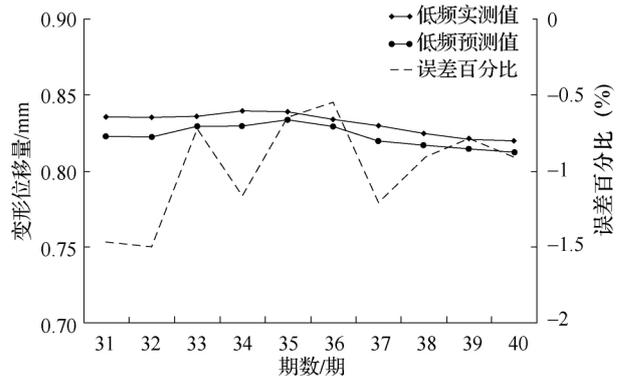


图 4 低频分量 c_1 预测结果

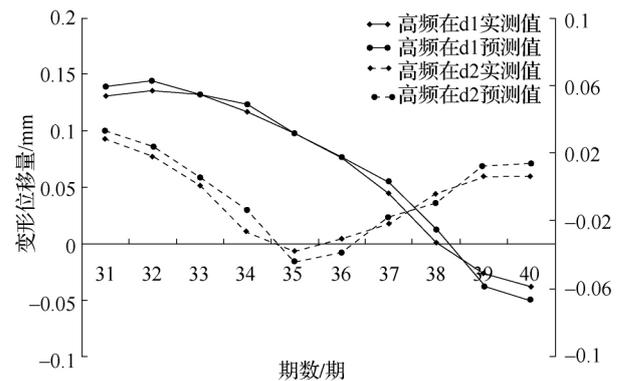


图 5 高频分量 d_1, d_2 预测结果

基于上述各分量预测结果,根据 $Y = y + y_1 + y_2$ 进行重构,得到最终地铁沉降拟合值和预测值。为了检验本文所提出的模型预测效果,笔者选取了灰色

GM(1,1)模型、灰色神经网络模型与其比较,并用相对误差衡量模型预测的精度。经过计算,各模型对地铁隧道的31—40期沉降数据的预测结果见表1。

表1 3种模型的预测结果比较表

监测期数	实测沉降量/mm	灰色 GM(1,1) 模型		差分灰色神经网络模型		基于小波分解的 差分灰色神经网络-AR 模型	
		预测值/mm	相对误差/(%)	预测值/mm	相对误差/(%)	预测值/mm	相对误差/(%)
31	0.984 4	0.830 3	15.411 5	0.995 1	1.082 0	0.994 4	1.017 3
32	0.967 4	0.834 7	13.265 7	0.926 0	-4.277 6	0.990 9	2.430 1
33	0.957 9	0.839 2	11.867 5	0.921 6	-3.790 7	0.967 5	1.005 4
34	0.868 3	0.843 7	2.456 9	0.933 3	7.490 4	0.939 1	8.156 2
35	0.954 3	0.848 3	10.603 9	0.782 4	-18.012 7	0.886 6	-7.092 8
36	0.902 7	0.852 8	4.988 4	0.963 2	6.704 7	0.866 9	-3.967 7
37	0.849 5	0.857 4	-0.789 5	0.875 8	3.101 0	0.856 0	0.761 7
38	0.796 5	0.862 0	-6.549 8	0.802 8	0.792 1	0.820 2	2.969 9
39	0.770 0	0.866 6	-9.662 7	0.741 7	-3.669 9	0.789 0	2.470 3
40	0.809 1	0.871 3	-6.218 0	0.757 9	-6.325 6	0.776 1	-4.076 4

通过表1计算可得,灰色GM(1,1)模型的预测值相对误差平均值为8.1814%,文中所提出的差分灰色神经网络模型相对误差的均值为5.7546%。本文所提出的基于小波分解的差分灰色神经网络-AR模型的相对误差均值为3.3948%,相较于前两者有较为明显的提升。因此,基于小波分解的差分灰色神经网络-AR模型可以用来对地铁隧道沉降监测的数据进行更加准确的处理与预测。

6 结 语

为了解决非平稳序列对灰色神经网络预测精度的影响,本文首先提出了一种对灰色预测残差进行差分改进的方法,并依此构建了差分灰色神经网络模型,消除了由于灰色预测残差不平稳而导致的预测误差。

通过对沉降监测数据进行小波分解,将稳定性较好的低序列利用上述构建的差分灰色神经网络进行预测,而对呈现平稳序列的高频数据采用自相关强的AR时间序列模型进行预测,并对上述结果进行小波重构得到最终的预测结果。

结合地铁隧道沉降量实测数据的拟合和预测结果发现,与灰色模型GM(1,1)、差分灰色神经网络模型相比,改进后的模型精度更高,能够对隧道沉降监测做出更加准确的模拟和预报。

参考文献:

[1] 黄声享,尹晖,蒋征. 变形监测数据处理[M]. 武汉:

武汉大学出版社,2010.

- [2] 唐万梅. 几个预测方法及模型的研究[D]. 呼和浩特:内蒙古大学,2006.
- [3] 牟洪洲. 建筑沉降监测数据处理组合模型研究[D]. 西安:长安大学,2008.
- [4] 王涛. 灰色预测模型在变形监测中的应用研究[J]. 酒城教育,2018(3):49-54.
- [5] 李进,黄张裕,欧阳经富,等. 灰色神经网络组合模型在变形监测数据分析中的应用[J]. 勘察科学技术,2016(5):48-50.
- [6] 付博. 基于小波优化的灰色BP神经网络在深基坑变形预测中的应用[D]. 南昌:东华理工大学,2016.
- [7] 胡圣武. 遗传算法的灰色神经网络在基坑变形中的应用[J]. 测绘科学,2019,44(3):91-94,100.
- [8] 沈哲辉,黄腾,邱伟,等. 基于小波分析AR(P)-SVR组合模型在大坝变形预测中的应用[J]. 测绘工程,2015,24(6):58-60,64.
- [9] 卓金武,王鸿钧. MATLAB数学建模方法与实践[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2018.
- [10] MATLAB中文论坛. MATLAB神经网络30个案例[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2010.
- [11] 辛大鹏,田林亚,沈哲辉. 小波分解AR-BP网络模型在大坝垂直位移预测中的应用[J]. 测绘工程,2015,24(12):53-56.
- [12] 范思遐,周奇才. 基于多核模式的隧道沉降预测[J]. 岩土力学,2013,34(S2):291-298.